2,6 + 1,0 (...) 3,6

Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL-MG

Professor: Anderson José de Oliveira

Período: 2025/1

Data: 22/05/2025

ATENÇÃO: Respostas sem justificativa serão desconsideradas; todas as folhas entregues devem ser devolvidas; não será permitido o uso de celular, calculadora ou qualquer aparelho eletrônico.

PROVA 2 - MATEMÁTICA DISCRETA

Questão 1.

0,0 (a) (1,0) Sabe-se que o produto cartesiano entre dois conjuntos A e B é definido como $A \times B = \{(a,b) | a \in A \wedge b \in B\}$. Mostre que, para quaisquer conjuntos A, B e C, tem-se $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

0,25 (b) (1,0) Seja o conjunto $A = \{a, b, c\}$ e a relação sobre A, $R = \{(a,a), (a,b), (b,b), (b,c), (c,b), (c,c)\}$. Obtenha o domínio, a imagem, a relação inversa e as representações cartesiana e sagital dessa relação.

0,75 (c) (1,0) Prove que sendo R uma relação em um conjunto A, R é transitiva se, e somente se, R^{-1} é transitiva.

ordem RAT

equiva RST

Questão 2.

0,5 (a) (1,25) Seja R a relação em $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ que é definida por: (a,b) está relacionado a (c,d) que escrevemos da seguinte forma: $(a,b) \simeq (c,d)$ se, e somente se, $a + d = b + c$. Prove que R é uma relação de equivalência.

ordem RST

RAT (m,m) (m,p) (n,p) 2+4 = 1+5

0,1 (b) (1,25) Seja o conjunto $\mathbb{Z}_+^*$ e a relação | (divide). Ela é uma relação de ordem? É uma ordem total? Explique.

Questão 3.

0,5 (a) (1,5) Prove, usando indução, que $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ é divisível por 133, para todo $n \in \mathbb{N}^*$.

0,0 (b) (1,5) Prove por indução que: $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$, $\forall n \geq 1$.

0,5 (c) (1,5) Seja a sequência $a_1, a_2, a_3, \ldots$ definida como: $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_k = a_{k-2} + 2a_{k-1}$, $\forall k \geq 3$. Prove por indução que a_n é ímpar, $\forall n \geq 1$.

Boa Avaliação! "Ninguém gosta de pedir muito da vida porque tem medo da derrota. Mas quem deseja realizar um sonho, tem que olhar o mundo como se fosse um tesouro imenso, que está ali a espera que seja descoberto e conquistado." (Paulo Coelho)