Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL-MG

Disciplina: Matemática Discreta — Período: 2025/1

Professor: Anderson José de Oliveira — Data: 03/04/2025

Aluno(a):______________________________ Matrícula:________________

ATENÇÃO: Respostas sem justificativa serão desconsideradas, todas as folhas entregues devem ser devolvidas, não será permitido o uso de celular, calculadora ou qualquer aparelho eletrônico.

PROVA 1 - MATEMÁTICA DISCRETA

Questão 1.

(a) (1,0) A sentença $(\exists! x)(p(x))$ é equivalente a $(\exists x)(p(x)) \wedge (\forall x)(\forall y)[(p(x) \wedge p(y)) \to x = y]$, onde a primeira parte da conjunção se refere a existência de x e a segunda parte se refere a unicidade. Negue a sentença $(\exists! x)(p(x))$.

(b) (1,0) Seja f uma função definida sobre o conjunto dos números reais. Dizemos que o limite de $f(x)$ quando x tende a b é L se $(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0)(\forall x \in \mathbb{R})(0 < |x - b| < \delta \to |f(x) - L| < \varepsilon)$. Negue a definição de limite de uma função de uma variável real.

Questão 2.

(a) (1,0) Prove que o teorema na forma recíproca é equivalente ao teorema na forma contrária (via tabela-verdade e leis do cálculo proposicional).

(b) (1,25) Prove que n é um número inteiro par se, e somente se, $n - 1$ é um número inteiro ímpar. Qual técnica de demonstração você utilizou?

(c) (1,25) Prove que $\forall$ inteiros a, b e c, se $a|b$ e $a|c$, então $a|(b + c)$. Qual técnica de demonstração você utilizou?

Questão 3. (2,0) Sejam A, B, C subconjuntos do conjunto universo S. Prove que:

(a) $A \cap B = B \cap A$.

(b) $(A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$.

(c) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.

(d) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

Questão 4. (2,5) Diga se as sentenças a seguir são verdadeiras ou falsas, justificando suas respostas.

1. O princípio do terceiro excluído é aquele que afirma que: "uma proposição não pode ser verdadeira e falsa."

2. Sendo a e b inteiros, se $a|b$ e $b|a$, então $a = b$.
3. A proposição $p \to q \leftrightarrow p \wedge \sim q$ é uma contradição.
4. A sentença "Windows é sistema operacional e Pascal é linguagem de programação" é uma proposição.
5. $p \to (p \vee q) \Leftrightarrow F$.

Algumas propriedades:

1. $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$; $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ - Comutativas
2. $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$; $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ - Associativas
3. $p \wedge p \Leftrightarrow p$; $p \vee p \Leftrightarrow p$ - Idempotentes
4. $\sim\sim p \Leftrightarrow p$ - Dupla negação
5. $\sim (p \to q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$ - Negação da condicional
6. $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$; $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ - Distributivas
7. $p \wedge V \Leftrightarrow p$ - Tautologia
8. $p \vee V \Leftrightarrow V$ - Tautologia
9. $p \wedge \sim p \Leftrightarrow F$ - Contradição
10. $p \vee \sim p \Leftrightarrow V$ - Tautologia
11. $p \wedge F \Leftrightarrow F$ - Contradição
12. $p \vee F \Leftrightarrow p$ - Contradição
13. O conjunto nulo é um subconjunto de qualquer conjunto.
14. $P \to Q$, $Q \to P$, $\sim P \to \sim Q$, $\sim Q \to \sim P$
15. $\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$; $\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ - leis de De Morgan
16. $p \to q \Leftrightarrow \sim p \vee q$
17. $A \cup B = \{x : (x \in A) \vee (x \in B)\}$, sendo $A \subset S$ e $B \subset S$
18. $A \cap B = \{x : (x \in A) \wedge (x \in B)\}$, sendo $A \subset S$ e $B \subset S$
19. $A - B = \{x : (x \in A) \wedge (x \notin B)\}$, sendo $A \subset S$ e $B \subset S$
20. $A^c = \{x \in S : x \notin A\}$, sendo $A \subset S$

Boa Avaliação!!

"Espalhar boas vibrações por onde quer que passe, faz um grande bem para quem as emana espontaneamente, como também para quem as recebe. Em verdade, quem faz o bem, o recebe em dobro."(Regis Assunção)