Exercícios Propostos[1]

1. **(2,0 pt.)** Escreva uma equação reduzida das cônicas abaixo e faça um esboço.

   (a) **(0,5 pt.)** *Elipse*: o centro é (0,0), os focos estão no eixo y, o eixo maior mede 10, e a distância focal é 6.

   (b) **(0,5 pt.)** *Elipse*: os focos são $(-1,0)$ e $(1,0)$ e um dos vértices é $(0,\sqrt{2})$.

   (c) **(0,5 pt.)** *Hipérbole*: um foco é $F_1 = (-\sqrt{11}, 0)$, o centro é a origem, e o eixo conjugado mede $2\sqrt{7}$.

   (d) **(0,5 pt.)** *Parábola*: o foco é $F = (0,-4)$ e diretriz é $r:\ y = 4$.

2. **(2,0 pt.)** Escreva a *forma reduzida* das equações abaixo de forma a identificar a cônica que elas representam e determine as coordenadas dos vértices e dos focos.

   (a) **(1,0 pt.)** $(2x-y)^2 = 3 - 4xy$ (b) **(1,0 pt.)** $(x+3y)(x-3y) = 18$

3. **(2,0 pt.)** Determine o parâmetro, o foco e a reta diretriz das parábolas a seguir e faça um esboço do gráfico.

   (a) **(1,0 pt.)** $y = 8x^2$ (b) **(1,0 pt.)** $x = -\dfrac{1}{36}y^2$

4. **(1,5 pt.)** Considere uma hipérbole de centro (0,0) que tem focos no eixo y, excentricidade 5/4 e contém o ponto $(3, 2\sqrt{5})$.

   (a) **(1,0 pt.)** Obtenha uma equação reduzida da hipérbole.

   (b) **(0,5 pt.)** Esboce o gráfico da hipérbole indicando suas assíntotas e as equações que as representam, e as coordenadas dos focos e dos vértices.

5. **(2,5 pt.)** Considere a cônica dada pela equação geral

$$x^2 - 2xy + y^2 - 5\sqrt{2}\,x + 3\sqrt{2}\,y + 10 = 0.$$

   (a) **(0,5 pt.)** Determine se a cônica é do *tipo elíptico*, *hiperbólico* ou *parabólico* a partir de seus coeficientes.

   (b) **(1,5 pt.)** Mostre que o ângulo $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ é o ângulo de rotação (no sentido *anti-horário*) e faça a rotação dos eixos coordenados. que eliminaria o termo xy da equação,

   (c) **(0,5 pt.)** Qual seria a nova origem do sistema de coordenadas que eliminaria os termos de primeira ordem após a rotação de θ? Justifique escrevendo a *equação reduzida* da cônica.

$$\text{Fórmulas}: \begin{cases} \Delta = B^2 - 4AC \\ \cot(2\theta) = \dfrac{A-C}{B} \\ R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \end{cases}$$

...final das questões à caneta.