Universidade Federal de Alfenas – UNIFAL-MG
Departamento de Matemática - Instituto de Ciências Exatas
Professora Angela Leite Moreno – 18/06/2025
Terceira Avaliação de Cálculo Numérico - Parte A

Aluno(a):____

ATENÇÃO: Respostas sem justificativa serão desconsideradas. Pode-se utilizar calculadora científica para realizar os cálculos, entretanto os valores deverão ser registrados na folha de avaliação.

1. Considere a integral:

$$I = \int_0^3 \left[e^x - x^2\right] dx$$

(a) (2,0) Estime I pela Regra do Ponto Médio, usando $h = 0,5$. Estime o erro cometido e analise o erro real cometido.

(b) (2,0) Estime I pela Regra de Simpson, usando $h = 0,5$. Estime o erro cometido e analise o erro real cometido.

(c) (2,0) Estime I por Quadratura Gaussiana com 2 pontos. Qual é o erro cometido?

(d) (1,0) quantos pontos seriam necessários para que a Regra dos Trapézios obtivesse a mesma precisão que a estimativa obtida para I em (c)?

Critério: Use quatro casas decimais após a vírgula, com truncamento.

2. A energia cinética média do oscilador harmônico, ao longo do período T é dada por $\bar{E}_c = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T E_c(t)dt$. Considere os dados da tabela abaixo:

t	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0
E_c	11,1	12,4	12,2	10,7	8,3

(a) (1,5) Dos métodos vistos, escolha o melhor método para encontrar a Energia Cinética Média ($\bar{E}_c$). Justifique sua escolha.

(b) (1,5) Determine a potência instantânea (derivada da Energia Cinética) aplicada ao corpo em cada um dos instantes apresentado na tabela.

Critério: Use quatro casas decimais após a vírgula, com arredondamento.

- diferenças finitas retroativas:

$$f'(x_k) = \frac{1}{2h}[f(x_k - 2h) - 4f(x_k - h) + 3f(x_k)]$$

- diferenças finitas centrais:

$$f'(x_k) = \frac{1}{2h}[f(x_k + h) - f(x_k - h)]$$

- diferenças finitas progressivas:

$$f'(x_k) = \frac{1}{2h}[-3f(x_k) + 4f(x_k + h) - f(x_k + 2h)]$$

$$\int_a^b f(x)dx \approx T_n = \frac{\Delta x}{2}[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)],$$

em que $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ e $x_i = a + i\Delta x$.

Suponha $|f''(x)| \leq k$ para $a \leq x \leq b$. Se E_T representa o erro na Regra dos Trapézios, então:

$$|E_T| \leq \frac{k(b-a)^3}{12n^2}.$$

$$\int_a^b f(x)dx \approx S_n = \frac{\Delta x}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \cdots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)],$$

em que n é par e $\Delta x = \frac{(b-a)}{n}$.

Suponha $|f^{(4)}(x)| \leq k$ para $a \leq x \leq b$. Se E_S representa o erro na Regra de Simpson, então:

$$|E_S| \leq \frac{k(b-a)^5}{180n^4}.$$

Sabendo que a Regra do Ponto Médio é dada por: $\int_a^b f(x)dx \approx M_n = \Delta x[f(\bar{x}_1) + f(\bar{x}_2) + \cdots + f(\bar{x}_n)]$, onde $\Delta x = \frac{b-a}{n}$ e $\bar{x}_i = \frac{1}{2}(x_{i-1} + x_i)$

Suponha $|f''(x)| \leq k$ para $a \leq x \leq b$. Se E_M representa o erro na Regra do Ponto Médio, então:

$$|E_M| \leq \frac{k(b-a)^3}{24n^2}.$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{-1}^1 F(t)dt \approx \sum_{i=0}^{n-1} A_i F(t_i).$$

n	t_i	A_i
2	$t_0 = \frac{-1}{\sqrt{3}}$	$A_0 = 1$
	$t_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$A_1 = 1$
3	$t_0 = 01779667$	$A_0 = \frac{5}{9}$
	$t_1 = -0,77459667$	$A_1 = \frac{5}{9}$
	$t_2 = 0$	$A_2 = \frac{8}{9}$