UNIVERSIDADE ... DE ALFENAS-MG
Prof. ...
Terceira Prova de Cálculo II, ... enciatura, et. al.
Segundo semestre ...

Nome:____

Curso:____

1) (2.0) Nos exercícios abaixo:
   (a) Determine o domínio, imagem, curvas de nível e o gráfico da função $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$.
   (b) Calcule $\lim\limits_{(x,y)\to(4,3)} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y+1}}{x-y-1}$.

2) (5.0) Nos exercícios abaixo
   (a) Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ em que $f(x,y) = \dfrac{e^{xy}\ln(x+y)}{sen(x^2+y^2)}$.
   (b) Calcule $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ em que $f(x,y) = \dfrac{x}{y^2} - \dfrac{y}{x^2}$.
   (c) Encontre a derivada direcional usando a definição de gradiente da função $f(x,y) = e^{-(x^2+y^2)}$ na direção do vetor $\vec{u} = (1,1)$ no ponto $(1,1)$.
   (d) Calcule usando a regra da cadeia $\dfrac{dz}{dt}$ em que $z = xy + sen(x)$, $x = t^2$, $y = \cos(t)$.
   (e) Seja $z = sen(x^2+y^2)$, onde $x = u^2 - 2uv$ e $y = u + \ln(uv)$. Encontre $\dfrac{\partial z}{\partial u}$ e $\dfrac{\partial z}{\partial v}$ usando a regra da cadeia.

3) (2.0) Escolha uma das questões do exercício abaixo:
   (a) Encontre a Linearização $L(x,y)$ da função $f(x,y) = e^{2y-x}$ em $(1,1)$.
   (b) O volume de um cone circular reto de altura h e raio da base r é dado por $V = 1/3\pi r^2 h$. Se a altura é aumentada de 5 cm para 5.01 cm, enquanto o raio da base é diminuindo de 4 para 3,98 cm, encontre uma aproximação $\triangle V$ no volume.

4) (2.0) Considere a função

$$f(x,y) = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x + 2y + 1.$$

Encontre todos os pontos críticos e determine os máximos e mínimos locais.

Critério da Segunda Derivada para Funções de Duas Variáveis: Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função duas vezes continuamente diferenciável. Um ponto (x_0, y_0) é crítico se $f_x(x_0,y_0) = 0$ e $f_y(x_0,y_0) = 0$.

Se o determinante da matriz Hessiana de f em (x_0,y_0) é $D = f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0) - (f_{xy}(x_0,y_0))^2$.

Então valem as seguintes conclusões:

1. Se $D > 0$ e $f_{xx}(x_0,y_0) > 0$, então (x_0,y_0) é um **mínimo local**.
2. Se $D > 0$ e $f_{xx}(x_0,y_0) < 0$, então (x_0,y_0) é um **máximo local**.
3. Se $D < 0$, então (x_0,y_0) é um **ponto de sela**.
4. Se $D = 0$, o teste é **inconclusivo**.