Cálculo II (2025-1) | Prova 1 | ICEx/UNIFAL-MG

Ciência da Computação | Prof. Tiago J. Arruda

Integrais definidas, indefinidas e TFC[1]

1. **(1,0 pt.)** Calcule as *integrais indefinidas*.

   (a) **(0,5 pt.)** $\displaystyle\int \left(2 - \sqrt[3]{x} - \frac{3}{x^{3/4}}\right) dx$ (b) **(0,5 pt.)** $\displaystyle\int \left(\frac{1}{x^4} - \frac{3x}{2} - \frac{2}{3x}\right) dx$

2. **(2,0 pt.)** Resolva as *equações diferenciais ordinárias* usando a condição inicial dada.

   (a) **(1,0 pt.)** $\dfrac{dy}{dx} = 3x^{-2/3} + 7^x$, onde $y(-1) = 3$

   (b) **(1,0 pt.)** $\dfrac{dy}{dx} = 2\cos x - \dfrac{\operatorname{sen} x}{3} + e^x$, onde $y(\pi) = 0$

3. **(2,0 pt.)** Nos exercícios abaixo, use o *Teorema Fundamental do Cálculo* (TFC).

   (a) **(0,5 pt.)** Calcule o *valor médio* de $h(x) = \left(x^3 + \sqrt[5]{x}\right)\left(x^2 - 1\right)$ no intervalo $[-1, 1]$.

   (b) **(1,0 pt.)** Calcule $\displaystyle\int_0^3 f(x)dx$, onde $f(x) = \begin{cases} x^3 - x, & \text{se } x \leq 1 \\ 2x + 1, & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \\ -2x^2, & \text{se } x > 2 \end{cases}$.

   (c) **(0,5 pt.)** Determine $g'(x)$, onde $g(x) = \displaystyle\int_{-3x^2+\tan x}^{5} \ln\left(\cos^2 t + \sqrt[3]{|t|}\right) dt$.

4. **(2,5 pt.)** Considere a função $f(x) = -x^2 + 9$ e a soma $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

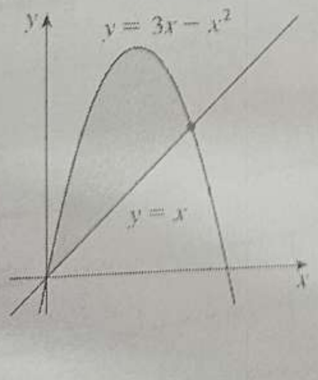
   (a) **(0,5 pt.)** Esboce a área sob o gráfico de f no intervalo $[-1, 3]$ para 4 partições ($n = 4$) usando os *extremos direitos* dos subintervalos e calcule a *área aproximada*.

   (b) **(1,5 pt.)** Calcule a *área exata* sob a parábola f no intervalo $[-1, 3]$ a partir do *limite da soma de Riemann*.

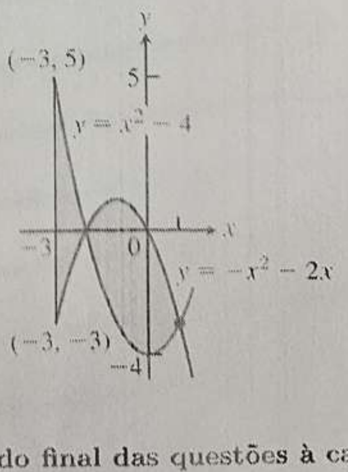
   (c) **(0,5 pt.)** Use o TFC para calcular $\displaystyle\int_{-1}^{3} f(x)dx$ e compare essa abordagem com o cálculo feito no item (b), comentando a diferença conceitual entre ambos.

5. **(2,5 pt.)** Calcule a área assinalada nas figuras abaixo. Obtenha os *limites de integração* a partir da intersecção entre os gráficos.

   (a) **(1,0 pt.)**



   (b) **(1,5 pt.)**



[1] Coloque o nome completo nas folhas de prova e escreva o resultado final das questões à caneta. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. Não é permitido o uso de quaisquer equipamentos eletrônicos. Data da Prova: 01/04/2025