Avaliação I de Álgebra Linear - (parte presencial)

Prof. José Claudinei Ferreira - 03/10/2024

Unifal MG
Universidade Federal de Alfenas

Aluno:

matrícula: **curso:**

Leia atentamente cada atividade antes de começar.

É preciso colocar detalhes que expliquem matematicamente sua resposta.

Cada item correto vale 1.5 pontos.

1. Considere o vetor $v = (1, 2)$ e a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, dada por

$$T(u) = 2\left(\frac{u \cdot v}{\|v\|^2}\right) v - u,$$

para $u = (x, y) \in \mathbb{R}^2$, em que

$$u \cdot w = \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = ax + by$$

é um produto matricial, que denota o produto escalar usual de $\mathbb{R}^2$, para $w = (a, b)$, e $\|v\|^2 = v \cdot v$.

a) Determine a representação matricial de T, na base canônica de $\mathbb{R}^2$.

b) Determine dois vetores $r, s \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, tais que $T(r) = r$ e $T(s) = -s$.

2. Considere o espaço vetorial $\mathbb{R}^4$, e seja

$$U = \{(x + y, x + z, y - z, x - y + 2z) \mid \quad x, y, z \in \mathbb{R}\}.$$

a) Descreva o que é um subespaço vetorial e depois verifique que U é subespaço vetorial de $\mathbb{R}^4$.

b) Determine um conjunto linearmente dependente que gera U.

Mantenha a calma e boa prova!