UNIVERSIDADE FEDERAL ALFENAS (UNIFAL)
Bacharelado em Ciência da Computação

Disciplina	Método de realização	Data da prova
DCE529 - Algoritmos e Estrutura de Dados III	Presencial	06/06/2023 às 08h00

Professor
Iago Augusto de Carvalho (iago.carvalho@unifal-mg.edu.br)

Prova 03

Exercício 1 (15%)

Sobre ciclos eulerianos e hamiltonianos em grafos

a) Descreva os teoremas de Dirac, Ore, e o de Bond e Chvátal para identificação de ciclos hamiltonianos

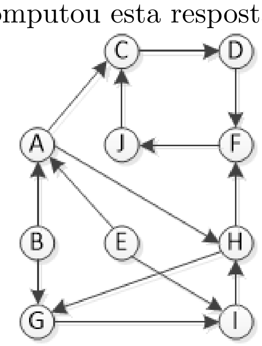
b) Descreva os teoremas de Euler para classificação de grafos eulerianos, não-eulerianos ou semi-eulerianos

Exercício 2 (10 %)

Sempre é possível encontrar o caminho mínimo entre dois pontos em um grafo em tempo polinomial? Caso positivo, qual algoritmo deve ser utilizado para tal tarefa?

Exercício 3 (20%)

Quantos e quais são os componentes conexos do grafo abaixo? Mostre, em detalhes, a maneira como você computou esta resposta



Exercício 4 (35%)

Responda como verdadeiro ou falso e justifique

a) É possível obter uma árvore geradora utilizando o algoritmo de Dijkstra

b) É possível obter o caminho mínimo entre dois pontos de um grafo utilizando o algoritmo de Prim

c) Se dois grafos possuem o mesmo número de vértices, de arestas, de componentes e de vértices de mesmo grau, então eles são isomorfos

d) O problema de definir se dois grafos são isomorfos pode ser resolvido em tempo polinomial

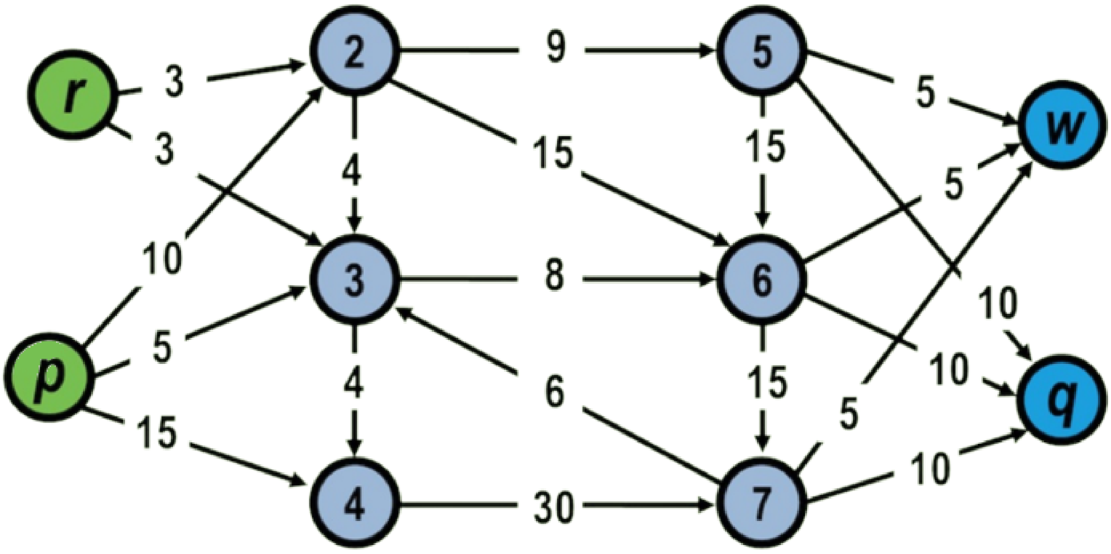
e) Seja X e Y dois conjuntos de vértices. O fluxo de X para Y é igual ao fluxo de Y para X

f) Todo grafo com um número par de vértices possui um emparelhamento perfeito de suas arestas

g) O grafo do exercício 3 é fortemente conexo (f-conexo)

Exercício 5 (20%)

Veja o gráfico abaixo. Utilize os dois passos visto em aula para fazer com que o grafo possua um fluxo conservativo



Gabarito

Exercício 1

a) Teorema de Dirac, 1952: Um grafo G é hamiltoniano se $|V| > 3$ e $d(v) > \frac{|V|}{2}$ $\forall v \in V$
Teorema de Ore, 1961: Se a soma dos graus de cada par de vértice não adjacente é maior que $|V|$, então o grafo é hamiltoniano
Teorema de Bondy e Chvátal, 1976: Se o fecho hamiltoniano de G for um grafo completo, então ele é hamiltoniano

b) Um grafo G é euleriano se e somente se todos seus vértices possuem grau par
Um grafo G não é euleriano se e somente se existem dois ou mais vértices de grau ímpar
Um grafo G é semi-euleriano se e somente se existem exatamente dois vértices de grau ímpar

Exercício 2

Não. Caso o grafo contenha ciclos de peso negativo, o problema torna-se NP-completo e não pode ser resolvido em tempo polinomial.

Exercício 3

Os componentes são $\{C, D, F, J\}$, $\{H, I, G\}$, $\{A\}$, $\{B\}$ e $\{E\}$. Eles podem ser computados utilizando o algoritmo visto na aula 26

Exercício 4

a) Verdadeiro. O caminho mínimo de um vértice para todos os outros é uma árvore.

b) Falso. O algoritmo de Prim só obtem a árvore geradora mínima de um grafo. Um caminho mínimo não necessariamente está contido em uma árvore geradora mínima.

c) Falso. Estas são condições necessárias mas não suficientes.

d) Falso. O melhor algoritmo conhecido para este problema é quasipolinomial

e) Falso. O fluxo depende dos arcos saindo e entrando em cada componente. É fácil encontrarmos fluxos diferentes.

f) Falso. Um grafo estrela com número par de vértices é um contra-exemplo

g) Falso. Ele é sf-conexo

Exercício 5

Exatamente igual ao visto em sala de aula. O grafo final deve ser como o abaixo